

Arbeitsschritt I: $\int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx = \text{„Fläche unter dem Halbkreis“} = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

Arbeitsschritt II: $r = \frac{5,9 \text{ cm} - 2 \cdot 1,5 \text{ mm}}{2} = \frac{5,6 \text{ cm}}{2} = 2,8 \text{ cm}$

$R = \frac{64}{2} \text{ cm} + 2,8 \text{ cm} = 34,8 \text{ cm}$

$\Rightarrow f_1(x) = \sqrt{2,8^2 - x^2} + 34,8 \quad f_2(x) = -\sqrt{2,8^2 - x^2} + 34,8$

Arbeitsschritt III: $V = V_1 - V_2 = \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} f_1(x)^2 dx - \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} f_2(x)^2 dx$

$$= \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} (\sqrt{2,8^2 - x^2} + 34,8)^2 dx - \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} (-\sqrt{2,8^2 - x^2} + 34,8)^2 dx$$

$$= \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} 2,8^2 - x^2 + 2 \cdot \sqrt{2,8^2 - x^2} \cdot 34,8 + 34,8^2 dx - \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} 2,8^2 - x^2 - 2 \cdot \sqrt{2,8^2 - x^2} \cdot 34,8 + 34,8^2 dx$$

$$= \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2,8^2 - x^2} \cdot 34,8 dx$$

$$= 139,2 \cdot \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} \sqrt{2,8^2 - x^2} dx$$

$$= 139,2 \cdot \pi \cdot \frac{2,8^2}{2} \cdot \pi$$

$$= 545,664 \pi^2$$

$$= 5385,489$$

$\Rightarrow V = 5385,489 \text{ cm}^3 = 5,385 \text{ dm}^3 = 5,385 \text{ l}$

Arbeitsschritt IV: Ersetze $2,8^2$ durch r^2 und $34,8$ durch R :

$$V = \dots = \pi \int_{-r}^r 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{r^2 - x^2} \cdot R dx$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \underline{\underline{2 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot R}}$$